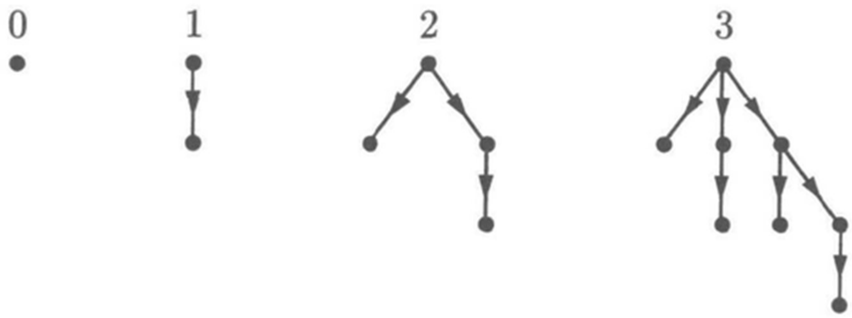
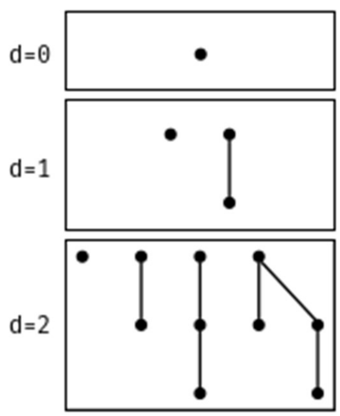
Prof. Dr. Alfred Toth

Relationale Verschachtelung und Selbstenthaltung

1. Die reellen Zahlen 0, 1, 2 und 3 können durch folgende Graphen repräsentiert werden (vgl. Aczel 1988, S. 3)



denn der Rang der Graphen bzw. deren „Tiefe“ (engl. depth) bestimmt die Anzahl der Kanten bzw. Knoten.



Diese bildet die Zahlenfolge A014221 in OEIS, die Werte der sog. Ackermann-Funktion (vgl. Mirimanoff 1917, Ackermann 1928),

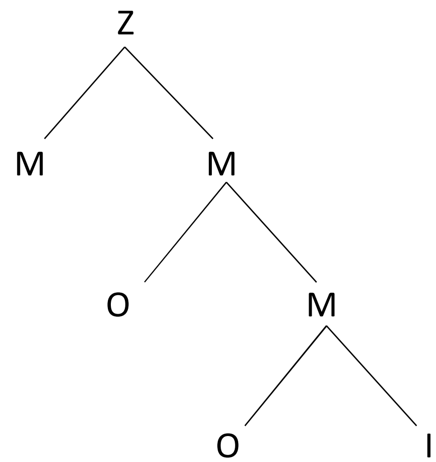
A014221 a(n+1) = 2^a(n) with a(-1) = 0.
0, 1, 2, 4, 16, 65536 (list; graph; refs; listen; history; text; internal format)

die somit schneller wächst als die entsprechende Exponentialfunktion.

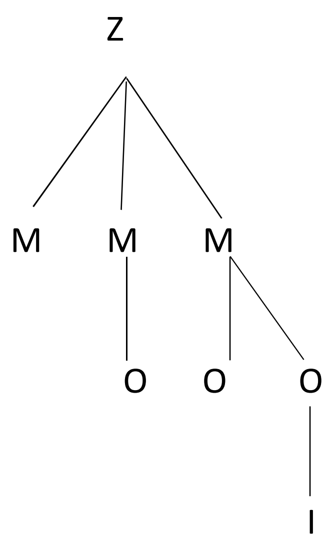
2. Gehen wir nun aus von Benses Bestimmung der triadischen Zeichenrelation als einer „verschachtelten Relation“ bzw. „Relation über Relationen“ (Bense 1979, S. 53 u. 67)

Z = (M → ((M → O) → (M → O → I))),

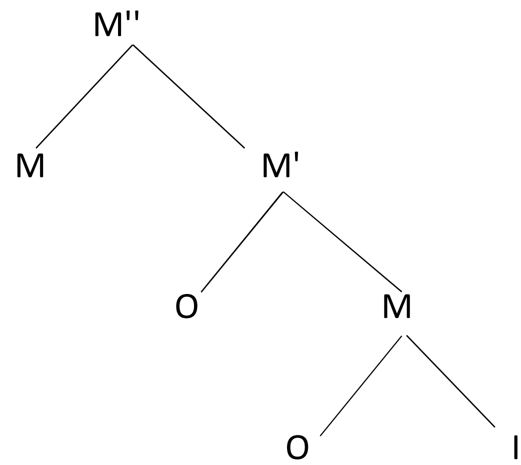
so ist die graphische Repräsentation von Z



d.h. der (d = 2)-Graph ist keine vollständige Repräsentation von Z. Wie man nun leicht zeigen kann, ist der vorherstehende Graph eine Vereinfachung des (d = 3)-Graphen.



Wir können aber noch Redundanzen auf kategorialer Ebene beseitigen, insofern wir Knoten-Projektionen einsetzen (vgl. Jackendoff 1977).



3. Wie man sieht, ist der obige Graph – und damit die Relation Z – unvollständig, insofern die M'''-Projektion fehlt. Aus Bense (1975, S. 64 f.) folgt jedoch, daß man die kategoriale Nullheit in Z einbetten kann. Wir setzen dann

$Q = \emptyset$

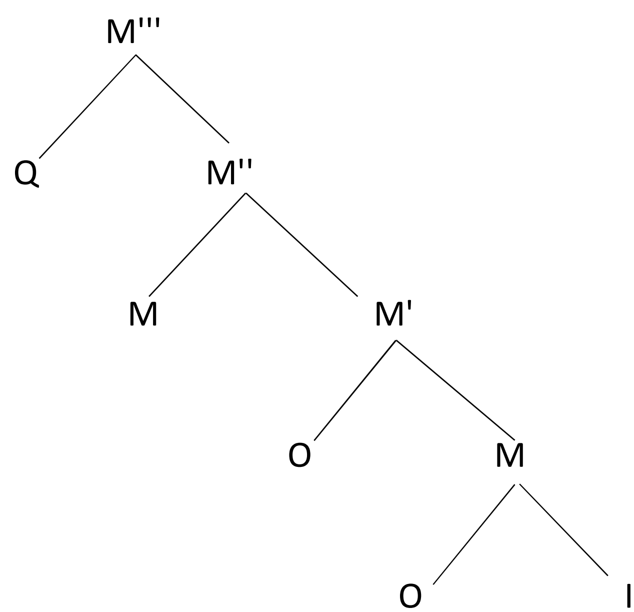
und erhalten somit eine vollständige projektionale Z-Hierarchie:

$M = \{ \emptyset \}$

$O = \{ \emptyset, \{ \emptyset \}\}$

$I = \{ \emptyset , \{ \emptyset \}, \{\{ \emptyset \}\}, \{ \emptyset , \{ \emptyset \}\}\}\}$

mit



und

$Z^+ = (0 \rightarrow (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))))$.

Literatur

Ackermann, Wilhelm, Zum Hilbertschen Aufbau der reellen Zahlen. In: Mathematische Annalen 99, 1928, S. 118-133

Aczel, Peter, Non-Well-Founded Sets. Stanford, CA 1988

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Jackendoff, Ray, X-bar-Syntax. Cambridge, MA 1977

Mirimanoff, Dmitry, Les antinomies de Russell et de Burali-Forti et le problème fondamental de la théorie des ensembles. In: Enseignement mathématique 19, 1917, S. 37-52

10.1.2019